D'où $\left\|\overrightarrow{OA}\wedge\vec{F}\right\|=OH\times\left\|\vec{F}\right\|$

b) Soit $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ deux forces de même vecteur $\vec{F}$ et de même support Δ appliquées respectivement en A_1 et A_2 et O un point quelconque de l'espace.

$M_O(\vec{F_1})=\overrightarrow{OA_1}\wedge\vec{F}=\left(\overrightarrow{OA_2}+\overrightarrow{A_2A_1}\right)\wedge\vec{F}$

$=\overrightarrow{OA_2}\wedge\vec{F}+\overrightarrow{A_2A_1}\wedge\vec{F}$

(*or* $\overrightarrow{A_2A_1}\wedge\vec{F}=\vec{0}$ *car* A_2 *et* A_1 *sont deux points de* Δ *et* $\vec{F}$ *un vecteur directeur de* Δ; *donc* $\overrightarrow{A_2A_1}$ *et* $\vec{F}$ *colineaires*)

Donc $M_O(\vec{F_1})=\overrightarrow{OA_2}\wedge\vec{F}=M_O(\vec{F_2})$

Remarque :

(interprétation :cela veut dire que le moment dépend de la force et de son support et ne dépend pas du point A)

● $M_{O'}(\vec{F})=\overrightarrow{O'A}\wedge\vec{F}=\left(\overrightarrow{O'O}+\overrightarrow{OA}\right)\wedge\vec{F}$

$=\overrightarrow{O'O}\wedge\vec{F}+\overrightarrow{OA}\wedge\vec{F}$

$=-\overrightarrow{OO'}\wedge\vec{F}+M_O(\vec{F})$

$=\vec{F}\wedge\overrightarrow{OO'}+M_O(\vec{F})$

● Soit $\vec{F_1}$; $\vec{F_2}$ *et* $\vec{F_3}$ trois forces appliquées respectivement en A_1 ; A_2 et A_3 et de supports respectives Δ_1 ; Δ_2 et Δ_3

- S'il y'en a deux supports confondus ;alors le faite que les trois forces ont une résultante nulle ($\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=\vec{0}$)implique que le troisième support est // aux autres et par suite les supports sont coplanaires .
- Supposons maintenant que les trois supports sont distincts deux à deux. cela nous permet de supposer (tenant compte de la remarque faite en 1) b)) que A_3 n'appartient ni à Δ_1 ni à Δ_2 .

Le faite que le système formé par ces trois forces a un moment nul par rapport à un point O de l'espace donne

$M_O(\vec{F_1})+M_O(\vec{F_2})+M_O(\vec{F_3})=\vec{0}\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{OA_1}\wedge\vec{F_1}+\overrightarrow{OA_2}\wedge\vec{F_2}+\overrightarrow{OA_3}\wedge\vec{F_3}=\vec{0}\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{OA_1}\wedge\vec{F_1}+\overrightarrow{OA_2}\wedge\vec{F_2}+\overrightarrow{OA_3}\wedge(-\vec{F_1}-\vec{F_2})=\vec{0}\Leftrightarrow$

$(\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OA_3})\wedge\vec{F_1}+(\overrightarrow{OA_2}-\overrightarrow{OA_3})\wedge\vec{F_2}=\vec{0}\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{A_3A_1}\wedge\vec{F_1}+\overrightarrow{A_3A_2}\wedge\vec{F_2}=\vec{0}\Leftrightarrow$

$\overrightarrow{A_3A_1}\wedge\vec{F_1}=\vec{F_2}\wedge\overrightarrow{A_3A_2}$

$\left(\overrightarrow{A_3A_1}\wedge\vec{F_1}\neq\vec{0}\,car\ A_3\notin\Delta_1;A_1\in\Delta_1\ et\ \vec{F_1}\ directeur\ de\ \Delta_1\right)$

Or

$\overrightarrow{A_3A_1}\wedge\vec{F_1}$ *est un* vecteur normal au plan $P(A_3;\Delta_1)$

$\vec{F_2}\wedge\overrightarrow{A_3A_2}$ *est un* vecteur normal au plan $P(A_3;\Delta_2)$

$\Rightarrow P(A_3;\Delta_1)\,//\,P(A_3;\Delta_2)$ (vecteur normal *commun*)

et par suite $P(A_3;\Delta_1)=P(A_3;\Delta_2)\ (1)$ [// *et point commun*

Un travail analogue donnera :

$P(A_2;\Delta_1)=P(A_2;\Delta_3)\ (2)$

$P(A_1;\Delta_2)=P(A_1;\Delta_3)\ (3)$

Tenant compte du fait que $A_1\in\Delta_1$; $A_2\in\Delta_2$ et $A_3\in\Delta_3$; **Les résultats (1) ;(2)et(3) permet de conclure que les supports Δ_1 ; Δ_2 et Δ_3 sont coplanaires.**

Exercice n° 18

● On sait que :

$\overrightarrow{n_P}\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$ vecteur normal de P

$\overrightarrow{n_Q}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ vecteur normal de Q

Et $\begin{vmatrix}1&2\\2&-1\end{vmatrix}=-1-4=-5\neq0$ donc $\overrightarrow{n_P}$ et $\overrightarrow{n_Q}$ non colinéaires ce qui montre que les deux plans P et Q sont sécants

● $\overrightarrow{n_P}\wedge\overrightarrow{n_Q}=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\7\\5\end{pmatrix}$

Donc $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\7\\5\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D

●

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\7\\5\end{pmatrix}$ vecteur directeur de D et D est perpendiculaire à R d'où $\vec{u}$ est un vecteur normal de R et puisque $O\in R$ on aura R : $\boxed{x+7y+5z=0}$

●

$I(x,y,z)\in R\cap D\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y-3z=0\ (1)\\2x-y+z-3=0\ (2)\\x+7y+5z=0\ (3)\end{cases}$

(1) + 2×(2) donne $5x-z-6=0$ donc :

$\boxed{z=5x-6.}$ (4)

(1) + 3×(2) donne $7x-y-9=0$ donc :

$\boxed{y=7x-9.}$ (5)

Qarray.tn Aqra Blech Qarray.tn